



Ministerio de Cultura y Educación
Universidad Nacional de San Luis
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y Naturales
Departamento: Matemáticas
Área: Matemáticas

(Programa del año 2025)

I - Oferta Académica

Materia	Carrera	Plan	Año	Período
CALCULO AVANZADO II	LIC.EN CS.MAT.	09/17	2025	2° cuatrimestre

II - Equipo Docente

Docente	Función	Cargo	Dedicación
BONIFACIO, AGUSTIN GERMAN	Prof. Responsable	P.Tit. Exc	40 Hs

III - Características del Curso

Credito Horario Semanal				
Teórico/Práctico	Teóricas	Prácticas de Aula	Práct. de lab/ camp/ Resid/ PIP, etc.	Total
Hs	Hs	Hs	Hs	8 Hs

Tipificación	Periodo
C - Teoría con prácticas de aula	2° Cuatrimestre

Duración			
Desde	Hasta	Cantidad de Semanas	Cantidad de Horas
04/08/2025	14/11/2025	15	120

IV - Fundamentación

Después de los cursos de Cálculo (Diferencial e integral) que los estudiantes de matemática comparten con estudiantes de otras carreras, un grupo de materias intermedias conforma el paso preparatorio para ingresar en el tratamiento riguroso y abstracto de la Matemática. La continuidad del Cálculo se da en dos direcciones: Análisis y Geometría. Los cursos de Fundamentos y de Análisis van en la primera dirección, abriendo el camino hacia Medida e Integración. Cálculo Avanzado prepara para Geometría Diferencial.

V - Objetivos / Resultados de Aprendizaje

El objetivo del curso es introducir al estudio de las variedades diferenciales abstractas desde aquellas inmersas en el Espacio Euclídeo.

VI - Contenidos

1.- FUNCIONES EN EL ESPACIO EUCLIDEO

- 1.1. Normas y producto interno. Desigualdades de Cauchy Schwarz y triangular. Normas 1, 2 en R^n . Transformaciones que conservan norma y producto interno.
- 1.2. Topología en el Espacio Euclídeo. Conjuntos abiertos y cerrados. Interior y frontera. Conjuntos compactos. Teorema de Heine Borel y de Tijonov.
- 1.3. Funciones y continuidad. Límites de funciones vectoriales. Caracterización de la continuidad a través de conjuntos abiertos. Imágenes continuas de compactos. Oscilación en un punto y continuidad.

2.- DIFERENCIACIÓN

- 2.1. Definiciones Básicas. Funciones vectoriales diferenciables. Unicidad de la diferencial.
- 2.2 Teoremas Básicos. Regla de la cadena. Consecuencias.

2.3. Derivadas Parciales. Derivación direccional y derivadas parciales. Derivadas de orden superior. Igualdad de derivadas cruzadas. Extremos relativos.

2.4. Derivadas. Derivada de una función vectorial (Matriz de la Diferencial). Diferenciabilidad de las funciones continuamente derivables.

2.5. Funciones inversas. Los teoremas de la función inversa y de la función implícita.

3.- INTEGRACIÓN

3.1. Definiciones Básicas. Particiones. Sumas superiores e inferiores. Integrabilidad.

3.2. Medida cero y Contenido cero. Conjuntos medibles Jordan

3.3 Teorema de Fubini.

3.4. Particiones de la Unidad. Particiones subordinadas a un cubrimiento. Integrales “impropias”. 3.5. Cambios de variables.

4.- INTEGRACIÓN SOBRE CADENAS

4.1. Preliminares algebraicos. Formas multilineales (tensores). Producto tensorial. Dualidad. Bases para el espacio de los k -tensores. Tensores alternantes. Producto exterior. Una base para el espacio de los tensores alternantes. Determinantes. Orientación. El elemento de volumen determinado por un producto interno y una orientación. Producto vectorial en R^n

4.2. Campos y formas. El espacio tangente en un punto del espacio Euclídeo. Campos vectoriales. Formas diferenciales. La aplicación lineal (entre espacios de alternantes) asociada a una función diferenciable. El operador diferencial de formas. Formas exactas. Formas cerradas. Teorema de Poincaré para conjuntos estrellados.

4.3. Preliminares geométricos. Cadenas. El operador (borde).

4.4. El teorema fundamental del Cálculo. Teorema de Stokes.

5.- INTEGRACIÓN SOBRE VARIEDADES

5.1. Variedades. Ejemplos. Sistemas de coordenadas. Variedades con borde.

5.2. Campos y formas sobre variedades. El espacio tangente a una variedad. Campos vectoriales y p -formas sobre el espacio tangente. Diferenciación de formas. Orientación.

5.3. Teorema de Stokes sobre variedades.

5.4. Elemento de volumen en una variedad.

5.5. Los teoremas clásicos. Teorema de Green. Teorema de la divergencia. Teorema de Stokes

VII - Plan de Trabajos Prácticos

Resolución de ejercicios del libro Calculus on Manifolds, de Michael Spivak y otros que se agregarán para complementar y/o facilitar la comprensión y el manejo de los conceptos.

VIII - Regimen de Aprobación

Se realizará una evaluación continua del alumno durante el desarrollo del curso. Esa evaluación consistirá en: asistencia a las clases, que debe alcanzar un mínimo del 80% para conseguir la condición de alumno regular; discusión y resolución en el pizarrón de los ejercicios prácticos correspondientes a cada clase.

Además de la evaluación continua habrá dos parciales (con sus correspondientes recuperaciones) que deberán ser aprobados con más de 6 para conseguir la condición de alumno regular y con más de 7 para promocionar. La promoción exige aprobar los parciales en primera instancia y luego aprobar un coloquio integrador al finalizar el dictado con nota mayor o igual a 7. El alumno libre deberá, antes de acceder a un examen oral, aprobar con 70% un examen escrito en el que demuestre habilidades para resolver ejercicios equivalentes a las que se exigieron durante el dictado del curso.

IX - Bibliografía Básica

[1] Michael Spivak, Calculus on Manifolds: A Modern Approach to Classical Theorems of Advanced Calculus, 1965

X - Bibliografía Complementaria

[1] James R. Munkres. Analysis on Manifolds. Addison – Wesley Publishing Company.

[2] Victor Guillemin - Allan Pollack, Differential Topology, 1974

[3] Bruno Stonek, Cálculo III, Internet, bruno.stonek.com, Septiembre 2011

[4] Wendell H. Fleming, Funciones de Varias Variables, 1981

[5] Tom M. Apostol, Análisis Matemático, II ed., 1996

- [6] John W. Woll, Jr., Functions of Several Variables, Edit. Harcourt, Brace and World, 1966
[7] Walter Rudin, Principios de Análisis Matemático, II ed., 1964
[8] Jean Dieudonné, Foundations of Modern Analysis, 1960
[9] Marsden, Jerrold – Hoffman, Michael, Análisis Clásico Elemental. Addison Wesley, 1998

XI - Resumen de Objetivos

Introducir al alumno en el estudio de las variedades diferenciales abstractas.

XII - Resumen del Programa

- 1.- FUNCIONES EN EL ESPACIO EUCLIDEO
- 2.- DIFERENCIACION
- 3.- INTEGRACIÓN
- 4.- INTEGRACIÓN SOBRE CADENAS
- 5.- INTEGRACION SOBRE VARIEDADES

XIII - Imprevistos

XIV - Otros