



Ministerio de Cultura y Educación  
 Universidad Nacional de San Luis  
 Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y Naturales  
 Departamento: Matemáticas  
 Área: Matemáticas

(Programa del año 2024)

### I - Oferta Académica

Materia	Carrera	Plan	Año	Período
ÁLGEBRA II	LIC.CS.COMP.	RD-3 -1/20 23	2024	2° cuatrimestre

### II - Equipo Docente

Docente	Función	Cargo	Dedicación
MANASERO, PAOLA BELEN	Prof. Responsable	P.Adj Exc	40 Hs
BARROZO, MARIA EMILCE	Responsable de Práctico	JTP Exc	40 Hs
SCHVAGER, BELEN BETSABE	Responsable de Práctico	JTP Exc	40 Hs
OROMI, AGUSTIN GABRIEL	Auxiliar de Práctico	A.2da Simp	10 Hs

### III - Características del Curso

Credito Horario Semanal				
Teórico/Práctico	Teóricas	Prácticas de Aula	Práct. de lab/ camp/ Resid/ PIP, etc.	Total
6 Hs	Hs	Hs	Hs	6 Hs

Tipificación	Periodo
C - Teoria con prácticas de aula	2° Cuatrimestre

Duración			
Desde	Hasta	Cantidad de Semanas	Cantidad de Horas
05/08/2024	15/11/2024	15	90

### IV - Fundamentación

El programa responde a los contenidos mínimos de la materia. El Álgebra Lineal provee a los Licenciados en Cs. de la Computación los conocimientos necesarios para manejar y aplicar los conceptos del álgebra matricial en el planteamiento y solución de sistemas de ecuaciones y de problemas relacionados, todos ellos de habitual utilización en la actuación profesional. El álgebra lineal permite combinar la abstracción y la aplicación, ya que con los fundamentos teóricos es posible desarrollar la habilidad de razonar matemáticamente y transferir esos conocimientos y habilidades en diversas aplicaciones con creatividad.

### V - Objetivos / Resultados de Aprendizaje

Objetivos Generales:

El enfoque teórico-práctico, con demostraciones formales y aplicaciones, tiene como objetivo desarrollar el pensamiento abstracto de tipo matemático, contribuyendo así a la formación matemática de quién cursa la materia. Pretende conducir a quién cursa al conocimiento y aplicación de las ideas básicas del Álgebra Lineal haciendo énfasis en el análisis y consecuencias de los diferentes resultados teóricos, ilustrando su aplicabilidad en numerosos ejemplos. Además, tiene como objetivo promover la participación activa de los estudiantes para que expresen las dificultades que se les presenten en el

proceso de aprendizaje.

Objetivos Específicos:

- Interpretar y producir textos con información matemática, evidenciando los avances y retrocesos de los procesos de aprendizaje.
- Relacionar y aplicar de manera eficaz los conceptos y técnicas del Álgebra Lineal.
- Aplicar adecuadamente los conceptos del Álgebra Matricial y su operación en la solución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Conocer y utilizar los elementos y las técnicas del Álgebra Lineal para el trabajo con matrices, sistemas de ecuaciones, espacios vectoriales, valores propios (autovalores) y vectores propios (autovectores). Ser capaz de resolver problemas que involucren estos conceptos.
- Reconocer la estructura de espacio vectorial y realizar actividades de aplicación de la misma.
- Comprender el concepto de transformación lineal, su importancia y su manejo a través de matrices.

Durante el dictado de la asignatura se abordan los siguientes ejes transversales:

- Fundamentos para la comunicación efectiva:

En todas las actividades que implican la participación activa de los estudiantes (consultas/comentarios en clase, coloquios con los docentes, intercambio de resultados/conclusiones entre compañeros, evaluaciones parciales, etc.), tanto escritas como orales, se prestará especial atención al empleo de terminología y notaciones propias del Álgebra Lineal, así como a la claridad con que se expresen los conceptos matemáticos involucrados, teniendo en cuenta la precisión que dicha disciplina requiere. Además, se verificará que las intervenciones de los estudiantes sean pertinentes, oportunas y asertivas (evitando así dispersiones, descalificaciones, reproches y enfrentamientos, perjudiciales a la hora de transmitir conocimientos y de relacionarse con los demás). En todos los casos, el equipo docente realizará las correcciones y/o sugerencias necesarias para una correcta comunicación, según el contexto.

- Fundamentos para el aprendizaje continuo:

Las actividades tanto teóricas como prácticas se iniciarán con un repaso de contenidos previos pertinentes, con la participación de los estudiantes mediante consultas. Se realizará una corrección informada de las actividades solicitadas y de las evaluaciones.

- Fundamentos para una actuación profesional ética y responsable:

El primer día de clase se comparte el cronograma de la materia con la descripción de las actividades que se realizan cada día de clase para que los estudiantes puedan organizar adecuadamente sus horarios de estudio. Esto les permitirá desarrollar el hábito de organizar una materia, es decir les permitirá identificar mediante el cronograma si están al día con las teoría y/o prácticos de la materia, por lo que ellos podrán identificar responsablemente cómo llegan preparados a cada instancia de evaluación. Se exigirán requisitos de asistencia a clases para regularizar y/o promocionar la materia.

## VI - Contenidos

**Contenidos mínimos: Álgebra Lineal: Matrices. Determinantes. Espacios vectoriales reales. Ortogonalidad. Valores propios, vectores propios y diagonalización. Transformaciones lineales. Problemas de aplicación del Análisis Numérico.**

### UNIDAD 1: Determinantes y matrices

Matrices. Operaciones con matrices. Propiedades. Matriz identidad. Matriz transpuesta. Inversa de una matriz. Noción de determinante. Propiedades. Desarrollo por cofactores y aplicaciones. Matriz adjunta.

## **UNIDAD 2: Espacios vectoriales reales.**

Definición de espacios vectoriales. Ejemplos. Subespacios vectoriales. Combinación lineal de vectores. Independencia lineal. Definición de conjunto de generadores de un espacio vectorial. Bases y dimensión. Espacio nulo y nulidad de una matriz. Relación entre sistemas de ecuaciones lineales no homogéneos y sistemas homogéneos. Rango de una matriz, espacios filas y columnas. Rango y singularidad. Aplicaciones del rango a los sistemas lineales no homogéneos. Coordenadas y cambio de base.

## **UNIDAD 3: Ortogonalidad.**

Definición de conjuntos ortogonales y ortonormales en  $\mathbb{R}^n$ . Bases ortogonales y ortonormales. Complementos ortogonales. Suma directa de subespacios vectoriales. Relaciones entre los espacios vectoriales fundamentales asociados con una matriz. Proyecciones y aplicaciones. Descomposición QR de una matriz. Mínimos cuadrados. Mínimos cuadrados mediante descomposición QR. Ajuste por mínimos cuadrados.

## **UNIDAD 4: Transformaciones lineales y matrices.**

Definición y ejemplos. Imagen y Núcleo de una transformación lineal. La matriz de una transformación lineal. Cambio de bases. Revisión de la diagonalización, de la semejanza y ortogonalización de matrices. Problemas de aplicación del Análisis Numérico.

## **UNIDAD 5: Valores propios, vectores propios y diagonalización.**

Definición. Polinomio característico. Espacios propios. Matrices semejantes (similares). Diagonalización. Diagonalización de matrices simétricas. Definición de forma cuadrática real. Teorema de los ejes principales. Secciones cónicas. Aplicaciones: Geometría Analítica.

## **VII - Plan de Trabajos Prácticos**

### **METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA:**

Los trabajos prácticos consisten en problemas cuya resolución requiere la aplicación de los conceptos desarrollados en clases teóricas. En ellos se incluyen algunas demostraciones y otros ejercicios de tipo teórico que incentiven a los estudiantes a relacionar entre sí dichos conceptos mediante esquemas de razonamiento válidos. El desarrollo de los trabajos prácticos se lleva a cabo mayormente en el aula, en el horario previsto para las clases prácticas, en las cuales los estudiantes son guiados por los docentes mediante la explicación en pizarrón de "ejercicios tipo" cuidadosamente seleccionados y también por sus compañeros, mediante la discusión grupal de soluciones y el intercambio de conclusiones a las que arriban. Por otra parte, se ofrece a los estudiantes la posibilidad de reforzar lo visto en clase mediante el acceso digital a videos realizados por docentes del Dpto. de Matemática (FCFMyN) que incluyen conceptos teóricos y ejemplos. Además, de servir como refuerzo, este material complementario tiene como objetivo ilustrar un correcto modo de expresarse y un grado adecuado de detalles en el desarrollo. Teniendo en cuenta los temas desarrollados en la materia se alienta a los estudiantes para que incorporen, como complemento del material teórico, el uso de GeoGebra, una herramienta digital gratuita que puede disponerse de forma online o descargarse en computadoras y dispositivos móviles. Dicha aplicación es fácil de aprender y muy útil para graficar objetos matemáticos en dos y tres dimensiones, entre otros recursos.

Los Trabajos Prácticos son:

### **Práctico 0: Matrices:**

**Objetivos:** Realizar un repaso de lo estudiado en Álgebra I sobre el tema Matrices. Realizar operaciones con matrices utilizando sus propiedades. Identificar la Matriz identidad. Calcular la Matriz transpuesta. Determinar cuándo una matriz tiene inversa y calcular la matriz inversa aplicando transformaciones elementales sobre filas. Representar sistemas de ecuaciones lineales en forma matricial y resolverlos cuando sea posible por métodos de eliminación (método de Gauss y de Gauss-Jordan).

**Metodología:** desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

### **Práctico 1: Determinantes**

**Objetivos:** Calcular el Determinante de una matriz utilizando las propiedades de determinantes. Calcular el Determinante de una matriz utilizando el desarrollo por cofactores. Calcular la Matriz adjunta. Utilizar los resultados sobre determinantes para

decidir si una matriz es singular o no. Usar el determinante para encontrar el determinante de la matriz inversa para matrices no singulares. Demostrar algunos resultados teóricos sencillos sobre determinantes .

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

#### Práctico 2: Espacios y subespacios vectoriales

Objetivos: Decidir argumentando usando la definición de espacio vectorial si los conjuntos dados son o no Espacios vectoriales. Estudiar cuando un subconjunto de un espacio vectorial es Subespacio vectorial. Interpretar geoméricamente los subespacios del plano y del espacio. Estudiar la definición de conjunto de generadores de un espacio vectorial. Analizar cuando un vector de un espacio vectorial pertenece o no a un conjunto generador.

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

#### Práctico 3: Independencia lineal, Bases y Dimensión:

Objetivos: Analizar si un conjunto de vectores es linealmente independiente o linealmente dependiente. Realizar demostraciones sencillas sobre independencia lineal. Estudiar cuando un conjunto de vectores forman una Base para un espacio vectorial. Determinar la Dimensión de un espacio vectorial.

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

#### Práctico 4: Sistema Homogéneo y Rango.

Objetivos: Determinar el conjunto solución de los sistemas homogéneos. Estudiar que dicho conjunto es un subespacio vectorial denominado espacio nulo. Determinar una base para el espacio nulo y la dimensión del espacio nulo, conocido como Nulidad. Estudiar el espacio nulo y nulidad de una matriz dada. Relación entre sistemas lineales no homogéneos y sistemas homogéneos. Estudiar el Rango de una matriz, espacios filas y columnas. Verificar la relación entre el rango de una matriz y su nulidad. Analizar los resultados sobre Rango y singularidad.

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

#### Práctico 5: Coordenadas y Cambio de Base

Objetivos: Calcular el vector de coordenadas de un vector de un espacio vectorial con respecto a una base cualquiera. Calcular la matriz de transición de una base a otra base para luego determinar el vector de coordenadas en la base buscada. Realizar demostraciones sencillas sobre propiedades de los vectores de coordenadas.

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

#### Práctico 6: Bases Ortonormales y Complementos Ortogonales

Objetivos: Estudiar cuando un conjunto de vectores es un conjunto ortogonal. Estudiar cuando un conjunto de vectores es un conjunto ortonormal. Determinar una base ortogonal. Determinar una base ortonormal usando el proceso de Gram-Schmidt. Obtener el Complemento ortogonal. Definir y estudiar suma directa de subespacios vectoriales. Estudiar las relaciones entre los espacios vectoriales fundamentales asociados con una matriz.

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

#### Práctico 7: Mínimos cuadrados y Factorización QR

Objetivos: Determinar la Descomposición QR de una matriz. Determinar una solución de un sistema lineal por Mínimos cuadrados. Determinar una solución de un sistema lineal mediante descomposición QR de una matriz. Realizar ajustes por mínimos cuadrados.

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

#### Práctico 8: Valores propios (autovalores), vectores propios (autovectores) y Diagonalización

Objetivos: Determinar valores propios y vectores propios de una matriz. Estudiar el Polinomio característico de una matriz. Estudiar el Espacio propio asociado a un valor propio. Estudiar Matrices semejantes (similares). Realizar demostraciones sencillas sobre singularidad de una matriz, valores propios y vectores propios

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

#### Práctico 9: Diagonalización

Objetivos: Decidir si una matriz es diagonalizable. Estudiar algunas Aplicaciones. Realizar la Diagonalización de matrices simétricas. Estudiar la definición de forma cuadrática real y Teorema de los ejes principales. Estudiar Secciones cónicas. Revisar la diagonalización, la semejanza y ortogonalización de matrices. Trabajar con aplicaciones aplicaciones en Geometría Analítica.

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

Práctico 10: Transformaciones Lineales, Núcleo e imagen de una transformación lineal.

Objetivos: Decidir si una aplicación es transformación lineal. Estudiar si un vector pertenece a la Imagen y al Núcleo de una transformación lineal. Encontrar una base para el núcleo de una transformación lineal. Encontrar una base para la imagen de una transformación lineal. Realizar demostraciones sencillas sobre transformación lineal.

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

Práctico 11: La matriz de Representación de una transformación lineal

Objetivos: Determinar la matriz de Representación de una transformación lineal. Determinar la matriz de Representación de Cambio de base de una transformación lineal.

Metodología: desarrollo de ejercicios en papel, discusión en clase de las soluciones a las que arriben los estudiantes.

## VIII - Regimen de Aprobación

La evaluación de la materia consistirá de dos evaluaciones parciales que consistirán en ejercicios similares a los resueltos en los trabajos prácticos. Las evaluaciones parciales se aprobarán con un mínimo de 60%. Cada evaluación parcial tendrá dos recuperaciones.

REGULAR: el estudiante inscripto como regular conservará esa condición aprobando cada evaluación parcial (en cualquiera de sus instancias) con al menos un 60%. Además deberá tener al menos un 60 % de asistencia a clase. Luego de obtener la regularidad de la materia, la misma se aprobará mediante un examen final en los turnos de examen según el calendario de la Facultad.

ACLARACIÓN: A quien rindiera alguna evaluación parcial en más de una instancia sólo se le considerará la última nota obtenida.

PROMOCIÓN: el estudiante inscripto como promocional podrá promocionar la materia sin rendir examen final. Para esto deberá obtener un mínimo de 70% en cada evaluación parcial. Además, deberá obtener un mínimo de 70% en la evaluación integradora final y deberá tener al menos un 80 % de asistencia a clase. La nota para promoción será un promedio de las tres evaluaciones.

LIBRE: aquellos estudiantes que obtengan la condición de libre podrán aprobar la materia rindiendo, en los turnos habilitados para tal fin, un examen integrador teórico práctico.

## IX - Bibliografía Básica

[1] Álgebra Lineal. B. Kolman and D. Hill. Prentice Hall Continental. Octava edición (2006)

## X - Bibliografía Complementaria

[1] Álgebra Lineal. K. Hoffman y R. Kunze. Prentice Hall Hispanoamericana S.A., México, 1973. Primera edición.

[2] Introducción al Álgebra Lineal. Howard Anton. Ed. Limusa.

[3] Precalculo, Michael Sullivan, Prentice Hall, Cuarta edición (1997).

## XI - Resumen de Objetivos

Conducir al estudiante al conocimiento y aplicación de las ideas básicas del Álgebra Lineal haciendo énfasis en la utilización de los resultados teóricos para la resolución de ejercicios prácticos.

## **XII - Resumen del Programa**

UNIDAD 1: Determinantes y matrices.

UNIDAD 2: Espacios vectoriales reales.

UNIDAD 3: Ortogonalidad.

UNIDAD 4: Transformaciones lineales y Matrices.

UNIDAD 5: Valores propios (Autovalores), vectores propios (autovectores) y diagonalización.

## **XIII - Imprevistos**

## **XIV - Otros**

Por consultas e inquietudes comunicarse con la profesora responsable Paola B. Manasero. Correo:  
[pbmanasero@email.unsl.edu.ar](mailto:pbmanasero@email.unsl.edu.ar).