



Ministerio de Cultura y Educación  
 Universidad Nacional de San Luis  
 Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias  
 Departamento: Ciencias Básicas  
 Área: Matemática

(Programa del año 2023)  
 (Programa en trámite de aprobación)  
 (Presentado el 30/11/2023 11:00:02)

### I - Oferta Académica

Materia	Carrera	Plan	Año	Período
Análisis Matemático 2	INGENIERÍA ELECTRÓNICA	OCD N° 23/22	2023	1° cuatrimestre

### II - Equipo Docente

Docente	Función	Cargo	Dedicación
ESPERANZA, JAVIER DIEGO	Prof. Responsable	P.Adj Exc	40 Hs
BARACCO, MARCELA NATALIA	Prof. Colaborador	P.Adj Exc	40 Hs
ARDISSONE, GIULIANO	Auxiliar de Práctico	A.1ra Exc	40 Hs
BIANCIOTTI, VANINA	Auxiliar de Práctico	A.1ra Exc	40 Hs
BURGOS, NICOLAS RUBEN	Auxiliar de Práctico	A.2da Simp	10 Hs
TRIVELLI, NICOLAS EUGENIO	Auxiliar de Práctico	A.2da Simp	10 Hs

### III - Características del Curso

Credito Horario Semanal				
Teórico/Práctico	Teóricas	Prácticas de Aula	Práct. de lab/ camp/ Resid/ PIP, etc.	Total
Hs	4 Hs	3 Hs	1 Hs	8 Hs

Tipificación	Periodo
B - Teoría con prácticas de aula y laboratorio	1° Cuatrimestre

Duración			
Desde	Hasta	Cantidad de Semanas	Cantidad de Horas
13/03/2023	24/06/2023	15	120

### IV - Fundamentación

El curso de Análisis Matemático 2, corresponde al ciclo básico de las carreras de Ingeniería. En problemas de Ingeniería los modelos dependen en general, de más de una variable. Este hecho justifica el estudio de funciones escalares y vectoriales de varias variables, en particular tres variables. El estudiante de Ingeniería necesita modelar matemáticamente sistemas donde aparecen derivadas parciales o totales y resolver dicho sistema de ecuaciones para entender y controlar su comportamiento. Necesita de las integrales dobles y triples para calcular superficies en el espacio, el volumen de una región sólida, el centro de masa, el momento de masa de un sistema y momento de inercia. Con las integrales simples aprende la teoría de integrales de línea útiles para calcular entre otros, la masa de una cuerda, su centro de masa, el trabajo, circulación y flujo a lo largo de una trayectoria, etc. La teoría de funciones vectoriales es importante debido a que según la cantidad de variables generan curvas, superficies o volúmenes en el espacio. Los distintos sistemas de coordenadas: cilíndricas y esféricas facilitan el cálculo de integrales y las parametrizaciones para figuras de determinada forma. Se analizan y fundamentan los teoremas de Stokes y de la divergencia útiles en el estudio de fluidos, ya que en caso de Stokes se determina remolinos en la cinemática de los fluidos a través del rotor. La divergencia determina el tipo de fluido y en el caso de los gases la variación neta de los mismos a través

de una superficie que encierra una región. Las fórmulas y sistema de coordenadas de Frenet permite un análisis preciso de la cinemática de un cuerpo que se desplaza a lo largo de una trayectoria curva en el espacio. Los conceptos de gradiente y derivada direccional calculan dirección y valor de la máxima de una función varias variables y el valor de variación de una función en una determinada dirección respectivamente. El uso del gradiente en el desarrollo de Taylor deriva en la teoría de máximos y mínimos que permite optimizar problemas en ingeniería.

## V - Objetivos / Resultados de Aprendizaje

- [1] Relacionar los cambios de registros (gráficos – algebraicos). Identificar el tipo de superficie (Cuádricas, superficies cilíndricas, superficies de revolución). Aplicar conceptos. Base conceptual para saberes posteriores específicos de la asignatura. Para este objetivo se utilizan y aplican conceptos de: Curso de ingreso, Análisis Matemático 1, Álgebra (expresiones polinómicas, cónicas, coordenadas cartesianas).
- [2] Interpretar la cinemática del movimiento de una partícula en una curva en el espacio y las diferentes fuerzas que actúan. Aplicar conceptos en materias específicas de la carrera. Fórmulas de Frenet.
- [3] Interpretar Funciones vectoriales de varias variables. Funciones escalares de varias variables. Representación gráfica. Aplicar conceptos. Base conceptual para saberes específicos de asignaturas posteriores. Para estos objetivos son necesarios conceptos de: Física, Análisis Matemático 1 (funciones escalares). Algebra (vectores).
- [4] Resolver e interpretar conceptos de dominio, límite y continuidad de funciones escalares de varias variables para aplicar en conceptos posteriores en esta materia y materias específicas.
- [5] Representación vectorial de puntos en espacio en diferentes sistemas de coordenadas.
- [6] Analizar y resolver funciones vectoriales con la derivada para encontrar el vector tangente a una trayectoria y el vector normal. Aplicar conceptos. Base conceptual para saberes específicos de esta materia en cálculo de flujos por superficies, cálculo de superficies, cálculo de circulación de campos y de asignaturas posteriores [4], [5] y [6] Utilizan y aplican conceptos de: Análisis Matemático 1 (límite, continuidad) Álgebra y Geometría Analítica (coordenadas cartesianas, vectores) y de límites de Análisis Matemático 2.
- [7] Resolver. Analizar. Incremento y derivada de funciones de varias variables.
- [8] Resolver y analizar la derivada direccional considerada como la variación de una función escalar para una dirección dada.
- [9] Resolver y analizar el gradiente y sus aplicaciones ejemplos: el vector normal a una superficie, la dirección de máxima variación.
- [10] Extremos. Maximizar y minimizar funciones de varias variables con y sin restricciones para optimizar problemas en ingeniería. Aplicar conceptos. Base conceptual para asignaturas de años posteriores.
- [11] Cálculo de errores en problemas de ingeniería. Variaciones instantáneas de funciones de varias variables en una coordenada. Aplicar conceptos. Base conceptual para saberes específicos de asignaturas posteriores.
- [7], [8], [9], [10] y [11] Utilizan conceptos de Análisis Matemático 1 (derivadas).
- [12] Analizar, interpretar y calcular integrales simples de línea, integrales dobles de superficies curvas en el espacio y en el plano y triples en coordenadas cartesianas rectangulares, cilíndricas y esféricas. Integral de superficie de una función vectorial en el espacio. Teorema de Green, Stokes y Divergencia. Aplicar conceptos. Base conceptual para saberes específicos de asignaturas posteriores.
- [12] Utiliza conceptos de integrales y sistemas de coordenadas de Análisis Matemático I

## VI - Contenidos

### Unidad 1.- FUNCIONES REALES Y VECTORIALES. LÍMITE Y CONTINUIDAD.

Función vectorial de una variable. Curvas en el espacio. La ecuación de la recta: forma vectorial, paramétrica y simétrica. Funciones reales de varias variables. Dominio de definición. Gráfica de funciones reales y vectoriales de varias variables. Superficie plana: ecuación general, ecuación vectorial, ecuaciones paramétricas. Límite y continuidad de funciones vectoriales de una variable. Diferenciación de vectores. Longitud del arco de curva y su derivada. Geometría de una curva alabeada. Fórmula de Frenet. Límite de funciones reales de dos o más variables. Límites sucesivos. Continuidad.

Unidad 2. -Superficies cuadráticas. Esfera. Elipsoide. Hiperboloide de una Hoja. Hiperboloide de dos hojas. Paraboloides elíptico. Paraboloides hiperbólico. Cono. Superficies Cilíndricas: Cilindro circular recto. Cilindro parabólico. Cilindro hiperbólico. Superficies de revolución.

### Unidad 3.- DERIVADAS PARCIALES, COORDENADAS CURVILÍNEAS.

Incremento total y parcial de una función de dos o más variables. Interpretación geométrica de las derivadas parciales de una función de dos variables. Incremento total y diferencial total. Aplicaciones de la diferencial total a cálculos aproximados y a

la evaluación de error en cálculos numéricos. Derivada de una función compuesta. Derivada total. Derivada de una función implícita. Derivadas parciales de orden superior a uno. Derivadas parciales de funciones vectoriales de más de una variable. Coordenadas cilíndricas. Coordenadas esféricas. Coordenadas curvilíneas. Base natural cilíndrica. Base natural esférica.

#### Unidad 4.- CAMPOS ESCALARES Y VECTORIALES.

Campos escalares. El gradiente de una función de punto. Propiedades geométricas del gradiente. Superficie de nivel y líneas de gradiente. Derivada direccional. Plano tangente a una superficie. Fórmula de Taylor. Campos vectoriales. Divergencia de un vector. Interpretación física de la divergencia. Rotor. Campos irrotacionales. La función potencial. Aplicaciones. Extremos de un campo escalar: Método del Hessiano. Extremos condicionados: Método de los Multiplicadores de Lagrange.

#### Unidad 5.- INTEGRALES MÚLTIPLES, CURVILINEAS Y DE SUPERFICIE.

Integrales dobles. Cálculo de la Integral doble. Propiedades. Integral doble en coordenadas polares. Aplicaciones físicas. Integrales triples. Cambio de sistema de referencia. Aplicaciones físicas de las integrales triples. Integrales curvilíneas. Cálculo de la integral curvilínea. Fórmula de Green. Condiciones para que la integral curvilínea no dependa del camino de integración. Integral de superficie. Teorema de Stokes. Teorema de la divergencia. Integral de volumen.

## VII - Plan de Trabajos Prácticos

[1] Contenidos en la guía de trabajos prácticos N° 1:

- Cuádricas. Superficies cilíndricas. Superficies de revolución.
- Funciones vectoriales de varias variables. Funciones escalares de varias variables.
- Dominio, límite y continuidad de funciones escalares de varias variables.
- Sistemas de coordenadas.

-Para el desarrollo de los contenidos de la guía práctica N° 1 se dictan clases teórica, los estudiantes cuentan con una guía de Trabajos prácticos que desarrollan en el aula con el auxilio de los docentes. Se explican ejercicios prácticos que se toman como referentes para resolver otros.

[2] Contenidos de la guía de trabajos prácticos N° 2:

- Sistemas de coordenadas
- Incremento y diferencial total.
- Derivadas parciales de funciones escalares y vectoriales.

[3] Contenidos en la guía de trabajos prácticos N° 3:

- Extremos con y sin restricciones.
- Derivada direccional. Gradiente.
- Rotor y divergencia.

[4] Contenidos en la guía de trabajos prácticos N° 4:

- Integrales dobles y triples en coordenadas cartesianas rectangulares, cilíndricas y esféricas.

Contenidos en la guía de trabajos prácticos N° 5:

- Integral de línea de funciones escalares y vectoriales. Integral del área de una superficie en el espacio. Integral de superficie de una función vectorial en el espacio. Teorema de Green, Stokes y Divergencia.

-Los contenidos de la guías N° 2, N° 3, N° 4 y N° 5 se desarrollan apoyándose en clases teóricas presenciales y sus Guía de Trabajos prácticos que constan de ejercicios de aplicación, revisión de temas previos; aumentando su dificultad en forma gradual donde pueden observarse problemas de aplicación en ingeniería.

Los estudiantes cuentan con clases prácticas. El método de enseñanza para desarrollar los trabajos prácticos será el de Aprendizaje Colaborativo. Los estudiantes se constituirán en grupos de no más de cuatro estudiantes, para discutir y resolver actividades y problemas de aplicación de los conceptos tratados en el curso, con el apoyo de los docentes (quienes observan y cuestionan los resultados obtenidos despertando su espíritu crítico). Los docentes desarrollan y explican algunos ejercicios que se consideran referentes para resolver el resto.

Cuentan además con material teórico (apuntes de cátedra), anexos para recordar conceptos previos, Tabla de Integrales, libros de matemáticas y de materias específicas, videos realizados por los docentes y otros que sugerimos de la web. Todo este material lo encuentran en el Classroom al que tienen acceso desde el primer día de clases. Esta herramienta contiene una encuesta que deben llenar el primer día (luego de la presentación formal de la materia, donde se les indica como acceder a la misma); además tiene el programa de la asignatura, se colocan anuncios, se les recuerda fechas importantes, y algunas actividades para realizar de múltiple opción con las que pueden revisar conceptos.

## VIII - Régimen de Aprobación

Evaluación de resultado para regularizar:

- Asistencia del 70 % a las clases prácticas
- Aprobación de 2 (dos) evaluaciones parciales que versarán sobre los temas desarrollados con un puntaje igual o superior al 60 %.

La primera Evaluación tiene contenidos de: Cuádricas, superficies cilíndricas. superficies de revolución, límite, continuidad, derivada parcial, derivada direccional, incremento, sistemas de coordenadas, campos escalares y vectoriales.

La segunda instancia de Evaluación Parcial tiene contenidos de: Integrales dobles y triples, divergencia, rotor, integral curvilíneas, Teorema de Stokes y de la divergencia.

Evaluación de resultado para aprobar:

El requisito de aprobación de la asignatura para los estudiantes que regularizaron la misma implica aprobar un examen final. En este examen se evaluarán desarrollos de los conceptos teóricos y sus relaciones en forma oral, con la finalidad de contribuir al desarrollo del pensamiento práctico del estudiante.

Régimen de Aprobación Sin Examen Final: El curso no contempla el régimen de promoción.

Régimen de Aprobación para Estudiantes Libres:

El estudiante que se presente a rendir examen en condición de libre deberá aprobar previo al examen final, una evaluación escrita eliminatoria de carácter práctica. Este examen escrito se considerará aprobado cuando responda satisfactoriamente a no menos del 70%.

## IX - Bibliografía Básica

[1] Thomas Cálculo Varias Variables. George B. Thomas, Jr. Pearson Addison Wesley. Undécima edición. Tipo: Libro.

Formato: Impreso y digital. Disponibilidad: Biblioteca VM- y Repositorio digital <http://www1.fica.unsl.edu.ar/matematica2>

[2] Cálculo 2 de Varias Variables. Ron Larson. Bruce H. Edwards. Mac Graw Hill. Novena edición. Tipo: Libro. Formato:

Impreso y digital. Disponibilidad: Biblioteca VM- y Repositorio digital <http://www1.fica.unsl.edu.ar/matematica2>

[3] Cálculo de Varias Variables Trascendentes Tempranas. James Stewart. Cengage Learning Sexta edición. Tipo: Libro.

Formato: Impreso y digital. Disponibilidad: Biblioteca VM- y Repositorio digital <http://www1.fica.unsl.edu.ar/matematica2>

[4] Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. EDWARDS, CHARLES HENRY y PENNEY, DAVID E. México: Pearson Educación, edición 2009. Tipo: Libro. Formato: Impreso y digital. Disponibilidad: Biblioteca VM- y Repositorio digital <http://www1.fica.unsl.edu.ar/matematica2>

## X - Bibliografía Complementaria

[1] Cálculo Diferencial e Integral. Tomo II. N. Piskunov. Mir Moscu. Tercera edición. Tipo: Libro. Formato: Impreso y digital. Disponibilidad: Biblioteca VM

[2] Cálculo II - ROBERT SMITH, ROLAND MINTON - México McGraw-Hill Interamericana Editores-Edición. 2005. Tipo: Libro. Formato: Impreso y digital. Disponibilidad: Biblioteca VM

[3] Cálculo vectorial - JERROLD MARSDEN, ANTHONY TROMBA - México Editorial Madrid Pearson Educacion-Edición:05 ed. 2004. Tipo: Libro. Formato: Impreso y digital. Disponibilidad: Biblioteca VM

[4] Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera - DENNIS G. ZILL - Cengage Learning editores, Ed.2008. Tipo: Libro. Formato: Impreso y digital. Disponibilidad: Biblioteca VM

[5] Matemática avanzada para la ingeniería - ERWIN KREYSZIG - Editorial Limusa.-Noriega-ed.2004 Tipo: Libro.

Formato: Impreso y digital. Disponibilidad: Biblioteca VM- y Repositorio digital <http://www1.fica.unsl.edu.ar/matematica2>.

## XI - Resumen de Objetivos

Que el estudiante:

[1] Relacionar los cambios de registros (gráficos – algebraicos). Identificar el tipo de superficie (Cuádricas, superficies cilíndricas. superficies de revolución).

[2] Interpretar la cinemática del movimiento de una partícula en una curva en el espacio y las diferentes fuerzas.

[3] Interpretar funciones vectoriales de varias variables, funciones escalares de varias variables, en el sistema de coordenadas cartesianas. Representación gráfica.

[4] Resolver e interpretar conceptos de dominio, límite y continuidad de funciones escalares de varias variables.

[5] Representación vectorial de puntos en espacio en diferentes sistemas de coordenadas.

[6] Analizar y resolver funciones vectoriales con la derivada para encontrar el vector tangente a una trayectoria y el vector normal. Aplicar conceptos.

[7] Resolver. Analizar. Incremento y derivada de funciones de varias variables.

[8] Resolver y analizar la derivada direccional considerada como la variación de una función escalar para una dirección dada.

[9] Resolver y analizar el gradiente y sus aplicaciones.

[10] Extremos. Maximizar y minimizar funciones de varias variables con y sin restricciones para optimizar problemas en ingeniería. [11] Cálculo de errores en problemas de ingeniería. Variaciones instantáneas de funciones de varias variables en una coordenada. [12] Analizar, interpretar y calcular integrales simples de línea, integrales dobles de superficies curvas en el espacio y en el plano y triples en coordenadas cartesianas rectangulares, cilíndricas y esféricas. Integral de superficie de una función vectorial en el espacio. Teorema de Green, Stokes y Divergencia.

## **XII - Resumen del Programa**

Funciones Reales y Vectoriales. Límite y Continuidad. Superficies cuádricas, cilíndricas y de revolución. Derivadas Parciales, Coordenadas Curvilíneas. Campos Escalares y vectoriales. Integrales Múltiples, curvilíneas y de Superficie. Teoremas de Green, Teorema de la Divergencia y Teorema de Stokes.

## **XIII - Imprevistos**

Ante alguna situación imprevista, que dificulte o interrumpa el normal dictado de la materia, se continuara su dictado de manera virtual y como principal medio de comunicación el aula de Classroom y mail de la cátedra. Las clases se dictarán a través de meet.

## **XIV - Otros**

1.1 Identificar, formular y resolver problemas. (nivel 2): Identifica una situación problema planteando el modelado matemático basado en los contenidos transversales de otras materias a las que se hace referencia como, por ejemplo: física. El Análisis Matemático 2 Es la herramienta básica y fundamental para entender el desarrollo riguroso que requiere un ingeniero electrónico, electromecánico, mecatrónico para entender el comportamiento de los campos electromagnéticos según las ecuaciones de Maxwell. Es la herramienta que básica relaciona integrales de líneas con integrales de superficie en el espacio, (concepto de Rotor en un punto) fundamental en el análisis de los fluidos para los ingenieros químicos, alimentos, electromecánicos, mecatrónicos.

El análisis de funciones en derivadas parciales e integrales dobles, triples y de superficie: genera herramientas rigurosas para maximizar y minimizar problemas de costos y ganancias, así como oportunidad de maximización volumen o superficie de un determinado producto de fabricación. Herramientas de gestión muy útiles en ingenieros industriales, electromecánicos, mecatrónicos.

2.1 Utilizar y adoptar de manera efectiva las técnicas, instrumentos y herramientas de aplicación. (nivel 2). Utilizar software genérico y específico y realizar programas sencillos en entornos de desarrollo. Utilizan GeoGebra, Matlab y Mathematica para visualización.

2.3 Considerar y actuar de acuerdo con disposiciones legales y normas de calidad. (nivel 1). Cumplir los requisitos y las condiciones de calidad del trabajo académico. En los parciales deben indicar, datos personales, cantidad de hojas, orden. Deben demostrar conocimiento al realizar procedimientos y/o verificación. Cumplir con tiempo establecido.

2.6 Evaluar críticamente órdenes de magnitud y significación de resultados numéricos. (nivel 2): Comprender y operar los modelos matemáticos necesarios para calcular, formular y resolver problemas de la especialidad. A lo largo de la asignatura los estudiantes deben analizar la coherencia de los resultados de diferentes modelos matemáticos.

Comunicarse con efectividad en forma escrita, oral y gráfica. (nivel 2). Expresar las propias ideas de forma estructurada e inteligible, interviniendo con relevancia y oportunidad tanto en situaciones de intercambio, como en más formales y estructuradas.

Comunicar correcta y claramente lo que se solicita en escritos breves con utilización de texto y gráficos. Al entregar los parciales debe tener un cierto orden, letra legible, usar simbología adecuada. En los orales deben expresarse con lenguaje adecuado (propio de la asignatura), expresar las ideas con claridad. Demostrar conocimiento del tema al realizar cambios de registro (coherencia entre el desarrollo gráfico y analítico).

3.5 Aprender en forma continua y autónoma. (nivel 1). Incorporar los aprendizajes propuestos por los expertos y mostrar una actitud activa para su asimilación. Se les proporciona material de estudio en PDF, videos y libros de consulta.

Identificar, formular y resolver problemas. Identificar y formular un problema para generar alternativas de solución, aplicando los métodos aprendidos y utilizando los conocimientos, técnicas, herramientas e instrumentos de las ciencias y tecnologías básicas. Problemas de cálculo de centro de masa de un cable tensor de un puente colgante simple, requiere la aplicación de la integral de línea. Problemas de cálculo de superficie de cantidad de material de una figura no plana en el espacio requiere la aplicación del concepto de integral de superficie y la selección adecuada del sistema de coordenadas de acuerdo a la simetría de la figura con el origen para facilitar el cálculo.

En problemas de maximización o minimización de ganancias, costos, materiales de producción se aplica el concepto de extremos y el Hessiano.

El teorema de la divergencia además de ser una herramienta matemática para cálculo de volúmenes, en ingeniería nos permite conocer la variación dimensional del campo vectorial. La divergencia es un escalar que nos permite conocer si el fluido se expande, contrae, o se mantiene y de acuerdo a sus propiedades el tipo de fluido.

El teorema del rotor además de ser una herramienta útil en matemáticas para calcular superficies o integrales de líneas. En ingeniería es el cálculo riguroso de la integral de superficie, de la componente del rotor del campo vectorial en la dirección de la normal a dicha superficie limitada por una curva frontera cerrada.

<b>ELEVACIÓN y APROBACIÓN DE ESTE PROGRAMA</b>	
	<b>Profesor Responsable</b>
Firma:	
Aclaración:	
Fecha:	