



**Ministerio de Cultura y Educación**  
**Universidad Nacional de San Luis**  
**Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y Naturales**  
**Departamento: Matemáticas**  
**Area: Matemáticas**

(Programa del año 2017)

**I - Oferta Académica**

| Materia    | Carrera         | Plan  | Año  | Período         |
|------------|-----------------|-------|------|-----------------|
| CALCULO II | ING.ELECT.O.S.D | 13/08 | 2017 | 2° cuatrimestre |
| CALCULO II | ING.EN MINAS    | 6/15  | 2017 | 2° cuatrimestre |
| CALCULO II | PROF.EN FÍSICA  | 16/06 | 2017 | 2° cuatrimestre |
| CALCULO II | PROF.MATEM.     | 21/13 | 2017 | 2° cuatrimestre |

**II - Equipo Docente**

| Docente                    | Función                 | Cargo      | Dedicación |
|----------------------------|-------------------------|------------|------------|
| SILVA, ANALIA CONCEPCION   | Prof. Responsable       | P.Adj Exc  | 40 Hs      |
| NEME, PABLO ALEJANDRO      | Responsable de Práctico | JTP Exc    | 40 Hs      |
| SCHVÖLLNER, VICTOR NICOLAS | Auxiliar de Práctico    | A.2da Simp | 10 Hs      |

**III - Características del Curso**

| Credito Horario Semanal |          |                   |                                       |       |
|-------------------------|----------|-------------------|---------------------------------------|-------|
| Teórico/Práctico        | Teóricas | Prácticas de Aula | Práct. de lab/ camp/ Resid/ PIP, etc. | Total |
| Hs                      | 4 Hs     | 4 Hs              | Hs                                    | 8 Hs  |

| Tipificación                     | Periodo         |
|----------------------------------|-----------------|
| C - Teoria con prácticas de aula | 2° Cuatrimestre |

| Duración   |            |                     |                   |
|------------|------------|---------------------|-------------------|
| Desde      | Hasta      | Cantidad de Semanas | Cantidad de Horas |
| 07/08/2017 | 17/11/2017 | 15                  | 120               |

**IV - Fundamentación**

El curso de Cálculo Diferencial e Integral en varias variables es tomado por los estudiantes después de los cursos de Cálculo en una variable y Algebra Lineal. Ello permite un desarrollo moderno y ágil acorde con su enfoque, esencialmente vectorial.

**V - Objetivos / Resultados de Aprendizaje**

Desarrollar ideas geométricas acerca de curvas y superficies, descriptas como gráficas de funciones, de manera implícita y en forma paramétrica.  
 Adquirir técnicas de acotación de funciones de varias variables y utilizarlas en el cálculo de límites.  
 Dominar ampliamente el cálculo de derivadas de funciones entre espacios euclídeos.  
 Resolver problemas de optimización.  
 Manejar las técnicas de integración de funciones de dos y tres variables y el uso de coordenadas polares y esféricas, para llevar los problemas a integrales de una variable resolubles con el ordenador o las tablas.  
 Adquirir técnicas de parametrización de curvas y superficies y calcular integrales de campos y formas.  
 Introducir el enfoque diferencial para problemas geométricos.  
 Entender los conceptos fundamentales de los operadores vectoriales y su papel en la representación de fenómenos físicos.  
 Entender los enunciados de los teoremas del Análisis Vectorial y sus aplicaciones.

## VI - Contenidos

### Unidad 1: Diferenciación

Concepto intuitivo de variedad. Ecuaciones implícitas. Gráficos de funciones. Descripción paramétrica. Técnicas para visualizar variedades. Coordenadas polares, cilíndricas y esféricas. Conceptos métricos elementales en el espacio euclídeo: conjuntos abiertos, cerrados y compactos. Límite y continuidad. Teorema del máximo y el mínimo. Diferenciación. Diferenciación de operaciones algebraicas entre funciones y de composiciones. Gradientes y derivadas direccionales. Hiperplano tangente al gráfico de una función real. Propiedades de la derivada. Teorema del valor medio. Variedades de nivel; hiperplano tangente.

### Unidad 2: Derivadas de orden superior

Derivadas parciales iteradas. Lema de Schwarz-Clairaut. Polinomio de Taylor. Extremos de funciones con valores reales. Extremos restringidos y multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones.

### Unidad 3. Funciones implícitas e inversas

Sistemas de ecuaciones no lineales. Teoremas de la función implícita y de la función inversa. Cálculo del diferencial para funciones implícitas. Laplaciano en polares. Parametrización de variedades definidas implícitamente. Cálculo de normales y tangentes.

### Unidad 4: Funciones con valores vectoriales

Trayectorias y velocidad. Longitud de arco. Nociones de Geometría Diferencial de Curvas. Campos vectoriales. Divergencia y rotacional de un campo. Cálculo diferencial vectorial. Algunas ecuaciones diferenciales parciales.

### Unidad 5: Integrales múltiples

Integral sobre un rectángulo. Principio de Cavalieri. Teorema de Fubini. Integrales sobre regiones más generales (regiones elementales). Cambio en el orden de integración. Integrales triples. Geometría de las funciones de  $R^2$  a  $R^2$ . Teorema del cambio de variables. Aplicaciones de las integrales múltiples.

### Unidad 6: Integrales sobre variedades.

La integral de trayectoria. Integrales de línea. Regla de Barrow. Independencia del camino. Curvatura total. Superficies parametrizadas. Vector normal. Área de una superficie. Integrales de superficie de funciones escalares. Integrales de superficie de funciones vectoriales. Orientación.

### Unidad 7: Teoremas integrales del Análisis Vectorial

Teorema de Green. Teorema de Stokes en el plano. Teorema de Gauss. Formas diferenciales exactas y cerradas. Potenciales. Teorema de Stokes para superficies orientadas con borde. Campos conservativos. Formas diferenciales.

## VII - Plan de Trabajos Prácticos

Los trabajos prácticos consistirán en resoluciones de ejercicios sobre los temas desarrollados en teoría.

## VIII - Regimen de Aprobación

I.- Para alumnos regulares:

La asistencia a las clases prácticas es obligatoria; un ausentismo superior al 80% deja al alumno libre. De las clases teóricas, sólo es obligatorio saber lo que en ellas se dice. El alumno inscripto como regular conserva esa condición aprobando un prefinal. El que podrá ser recuperado en dos ocasiones.

Los alumnos que conservan la condición de regular aprueban la materia con un examen final.

II.- Para alumnos libres:

El examen libre consta de una instancia práctica escrita de carácter eliminatorio. Aprobada ésta el examen continúa con una instancia oral que incorpora la evaluación de elementos teóricos.

## IX - Bibliografía Básica

[1] • J. E. Marsden y A. J. Tromba, Cálculo Vectorial, 5ª ed., Pearson Prentice Hall, 2004.

## X - Bibliografía Complementaria

- [1] • R. Courant y F. John, Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático, vols. 1 y 2, Limusa, 1974.
- [2] • G. Thomas Jr. Y R. Finney, Cálculo con Geometría Analítica, vols. 1 y 2, Addison Wesley Iberoamericana, 1987
- [3] • G. B. Folland, Advanced Calculus, Prentice Hall, 2002.
- [4] • L. Santaló, Vectores y Tensores, EUDEBA, 1961.

## XI - Resumen de Objetivos

El curso de Cálculo Diferencial e Integral en varias variables es tomado por los estudiantes de Física, Matemática e Ingeniería, después de los cursos de Cálculo en una variable y Algebra Lineal. Ello permite un desarrollo moderno y ágil acorde con su enfoque, esencialmente vectorial. La vastedad de los temas tratados, no permite ser minucioso en la demostración de los resultados, de modo que se trata de dejar en claro las ideas centrales con vista a sus aplicaciones en mecánica de fluidos, electricidad y magnetismo.

Se espera que el estudiante

Desarrolle ideas geométricas acerca de curvas y superficies, descriptas como gráficas de funciones, de manera implícita y en forma paramétrica. Utilice el ordenador para representarlas.

Adquiera técnicas de acotación de funciones de varias variables y las utilice en el cálculo de límites.

Domine ampliamente el cálculo de derivadas de funciones entre espacios euclídeos.

Resuelva problemas de optimización.

Maneje las técnicas de integración de funciones de dos y tres variables y el uso de coordenadas polares y esféricas, para llevar los problemas a integrales de una variable resolubles con el ordenador o las tablas.

Adquiera técnicas de parametrización de curvas y superficies y calcule integrales de campos y formas.

Entienda los conceptos fundamentales de los operadores vectoriales y su papel en la representación de fenómenos físicos.

Entienda los enunciados de los teoremas del Análisis Vectorial y sus aplicaciones.

Maneje el lenguaje de formas diferenciales.

## XII - Resumen del Programa

### Unidad 1: Diferenciación

Concepto intuitivo de variedad. Ecuaciones implícitas. Gráficos de funciones. Descripción paramétrica. Técnicas para visualizar variedades. Coordenadas polares, cilíndricas y esféricas. Conceptos métricos elementales en el espacio euclídeo: conjuntos abiertos, cerrados y compactos. Límite y continuidad. Teorema del máximo y el mínimo. Diferenciación. Gradientes y derivadas direccionales. Hiperplano tangente al gráfico de de una función real. Propiedades de la derivada. Teorema del valor medio. Variedades de nivel; hiperplano tangente.

### Unidad 2: Derivadas de orden superior

Derivadas parciales iteradas. Lema de Schwarz-Clairaut. Polinomio de Taylor. Extremos de funciones con valores reales. Extremos restringidos y multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones.

### Unidad 3. Funciones implícitas e inversas

Sistemas de ecuaciones no lineales. Teoremas de la función implícita y de la función inversa. Cálculo del diferencial para funciones implícitas. Laplaciano en polares. Parametrización de variedades definidas implícitamente. Cálculo de normales y tangentes.

### Unidad 4: Funciones con valores vectoriales

Trayectorias y velocidad. Longitud de arco. Campos vectoriales. Divergencia y rotacional de un campo. Cálculo diferencial vectorial. Algunas ecuaciones diferenciales parciales.

### Unidad 5: Integrales múltiples

Integral sobre un rectángulo. Principio de Cavalieri. Teorema de Fubini. Integrales sobre regiones más generales (regiones elementales). Cambio en el orden de integración. Integrales triples. Geometría de las funciones de  $R^2$  a  $R^2$ . Teorema del cambio de variables. Aplicaciones de las integrales múltiples.

### Unidad 6: Integrales sobre variedades.

La integral de trayectoria. Integrales de línea. Regla de Barrow. Independencia del camino. Superficies parametrizadas.

Vector normal. Área de una superficie. Integrales de superficie de funciones escalares. Integrales de superficie de funciones vectoriales. Orientación.

Unidad 7: Teoremas integrales del Análisis Vectorial

Teorema de Green. Teorema de Stokes en el plano. Campos conservativos. Teorema de Gauss. Formas diferenciales. Formas diferenciales exactas y cerradas. Potenciales. Teorema de Stokes para superficies orientadas con borde.

### **XIII - Imprevistos**

### **XIV - Otros**