



Ministerio de Cultura y Educación  
Universidad Nacional de San Luis  
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y Naturales  
Departamento: Matemáticas  
Area: Matemáticas

(Programa del año 2008)  
(Programa en trámite de aprobación)  
(Presentado el 30/07/2008 08:54:34)

### I - Oferta Académica

| Materia     | Carrera               | Plan | Año  | Período         |
|-------------|-----------------------|------|------|-----------------|
| ALGEBRA III | LIC.EN CS.MATEMATICAS |      | 2008 | 1° cuatrimestre |

### II - Equipo Docente

| Docente              | Función           | Cargo      | Dedicación |
|----------------------|-------------------|------------|------------|
| NEME, ALEJANDRO JOSE | Prof. Responsable | P.Tit. Exc | 40 Hs      |

### III - Características del Curso

| Credito Horario Semanal |          |                   |                                       |       |
|-------------------------|----------|-------------------|---------------------------------------|-------|
| Teórico/Práctico        | Teóricas | Prácticas de Aula | Práct. de lab/ camp/ Resid/ PIP, etc. | Total |
| 8 Hs                    | Hs       | Hs                | Hs                                    | 8 Hs  |

| Tipificación                     | Periodo         |
|----------------------------------|-----------------|
| C - Teoría con prácticas de aula | 1° Cuatrimestre |

| Duración   |            |                     |                   |
|------------|------------|---------------------|-------------------|
| Desde      | Hasta      | Cantidad de Semanas | Cantidad de Horas |
| 10/03/2008 | 20/06/2008 | 15                  | 120               |

### IV - Fundamentación

La razón y motivo principal del programa se basa en los contenidos mínimos de la asignatura Algebra III del plan de estudios.

El texto elegido para desarrollar el curso, contiene muchos ejemplos y ejercicios de dificultad variable. Algunos de los ejercicios propuestos son muy fáciles y otro muy importantes que pueden ser resueltos con todos los detalles dependiendo del nivel de los alumnos. Esta es una asignatura de tercer año de la Lic. y Prof. en Matemáticas. Como sólo tiene como requisito, tener aprobada Algebra II, que es una materia de primer año, muchos alumnos eligen cursarla, no teniendo aprobada ni siquiera cursada, por ejemplo Fundamentos. Estos alumnos no tienen la madurez que en términos generales adquieren los que ya cursaron otras asignaturas de matemáticas. Por eso se proponen ejercicios de distinto nivel y se procura para aprobar la asignatura exigir el término medio, a criterio del responsable de la materia.

### V - Objetivos / Resultados de Aprendizaje

El objetivo del curso es que al finalizar el mismo, el alumno debe saber como mínimo:

- 1.-Un ejemplo para cada estructura algebraica definida.
- 2.- Los tres conceptos básicos de la teoría de grupos: homomorfismos, subgrupos normales y grupos cocientes.
- 3.-Teoremas de homomorfismos para grupos.
- 4.- Al menos un ejemplo de grupo cociente isomorfo a
  - a) grupo de los reales respecto de la suma
  - b) grupo de los reales positivos respecto a la multiplicación
  - c) grupo de las raíces n-ésimas de la unidad con respecto a la multiplicación en  $\mathbb{C}$ .
- 5.- Sin la demostración, que todos los grupos abelianos finitos se conocen, en el sentido que dado un grupo abeliano de orden  $n$  a qué tipo de grupo conocido puede ser isomorfo.

- 6.- Los tres conceptos fundamentales de anillos: homomorfismos, ideales , anillos cociente.
  - 7.- Teoremas de homomorfismos para anillos.
  - 8.- Ideales de un cuerpo.
  - 9.- Criterio de Eiseinstein.
  - 10.- Ejemplos de ideales maximales e ideales primos en un dominio
  - 11.- Al menos un ejemplo de anillo cociente isomorfo a:
    - a)  $\mathbb{C}$ , cuerpo de los números complejos
    - b)  $\mathbb{Z}_p$  con  $p$  primo y menor o igual a 19.
  - 12.- Ejemplos de números reales algebraicos y sin demostración de números trascendentes
  - 13.- Conceptos básicos sobre extensiones de cuerpos y sus aplicaciones respecto a la imposibilidad de los tres problemas clásicos: duplicación del cubo, trisección del ángulo y cuadratura del círculo
- Otros objetivos:
- i) Fomentar la intuición y la informalidad para luego resolver un problema con rigurosidad matemática
  - ii) Instar al alumno para que estudie solo, otros temas fuera de cursos o seminarios oficiales.

## VI - Contenidos

### TEMA 1

#### PRELIMINARES

El conjunto de aplicaciones biyectivas de  $n$  en  $n$ . Permutaciones. Números enteros. Principio de Buen Orden. Algoritmo de Euclides. Divisibilidad. Máximo Común Divisor. Primos relativos. Números primos. Factorización. Inducción Matemática. Números complejos.

### TEMA 2

#### GRUPOS

Definición y ejemplos. Propiedades. Subgrupos. Relación de equivalencia y particiones. Teorema de Lagrange y consecuencias. Grupos cíclicos. Función de Euler. El grupo multiplicativo obtenido del grupo aditivo  $\mathbb{Z}_n$ . Teoremas de Euler y Fermat.

### TEMA 3

#### MORFISMOS DE GRUPOS Y SUBGRUPOS NORMALES

Definición y ejemplos. Monomorfismos, epimorfismos e isomorfismos. Teorema de Cayley. Núcleo e imagen. Subgrupos normales. Grupo cociente. Teoremas de homomorfismo.

### TEMA 4

#### ANILLOS

Definición y ejemplos. Anillo conmutativo, dominios de integridad, anillo de división y cuerpo. Propiedades. Ideales. Morfismos y anillo cociente. Teoremas de homomorfismo. Ideales maximales y cuerpos.

### TEMA 5

#### ANILLO DE POLINOMIOS

El anillo de polinomios  $R[x]$ , con  $R$  cuerpo. Grado de un polinomio. Teoremas relativos al grado de un producto y suma de polinomios. Algoritmo de la división. Dominios e ideales principales. Divisibilidad. Máximo común divisor de polinomios. Polinomios irreducibles e ideales primos. Factorización. Prueba que el anillo de polinomios  $R[x]$  es un dominio de factorización única. Polinomios sobre los racionales. Lema de Gauss. Criterio de Eisenstein. Cuerpo de cocientes de un dominio de integridad.

### TEMA 6

#### CUERPOS

Definición y ejemplos. Característica de un cuerpo. Extensiones de cuerpos y grado de una extensión. Elementos algebraicos. Números complejos algebraicos. El cuerpo  $\mathbb{C}$ , el cuerpo  $\mathbb{R}$  cuando es algebraico sobre  $\mathbb{Q}$ ; propiedades. Cuerpos algebraicamente cerrados.

### TEMA 7

## CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS

Números reales construibles. Teoremas de la imposibilidad de los tres problemas clásicos: duplicación del cubo, trisección de un ángulo y cuadratura del círculo.

## VII - Plan de Trabajos Prácticos

Los trabajos prácticos, consistirán en la resolución de ejercicios. La mayoría de los ejercicios propuestos serán los ejercicios del libro de texto.

## VIII - Regimen de Aprobación

Se tomarán 2 (dos) evaluaciones parciales escritas, con sus respectivas recuperaciones, y un parcial general.

La regularidad se obtendrá aprobando en primera o segunda instancia los dos parciales o aprobando el parcial general.

Podrán rendir el parcial general, los alumnos que hayan asistido al 75% de las clases teóricas prácticas.

Para promocionar se deberá aprobar los dos exámenes con nota al menos siete. Los alumnos con condición de promocionar para aprobar la materia deberán rendir un examen integrador.

La nota final será el máximo entre las siguientes notas:

i) Nota del examen integrador

ii) Promedio entre las notas de los exámenes parciales y el examen integrador.

## IX - Bibliografía Básica

[1] Libro de texto: Herstein, I.N. “Álgebra Abstracta”, Grupo Editor Iberoamérica. 1988

## X - Bibliografía Complementaria

[1] MacLane S. and Birkhoff G. “Algebra”. The Macmillan Company, 1967

[2] Birkhoff G. and MacLane S. “A survey of Modern Algebra”, (3rd ed.) New York: Macmillan, 1965

[3] Herstein, I.N. “Algebra Moderna”, De. Trillas, 1970.

[4] Fraleigh, J.B. “Álgebra Abstrata”. Addison Wesley

## XI - Resumen de Objetivos

El objetivo del curso es introducir a los alumnos al conocimiento de las estructuras algebraicas básicas fundamentales: grupos, anillos y cuerpos. Para cada uno de tales sistemas abstractos se considerarán determinadas consecuencias no triviales. Por ejemplo, grupo cociente y teorema fundamental de homomorfismo de grupos, anillo cociente y teorema fundamental de homomorfismo de anillos, extensiones de cuerpos y las aplicaciones a las construcciones geométricas de números construibles con regla y compás. Un objetivo fundamental es que el alumno trate de resolver los ejercicios propuestos, porque de esta manera pondrán a prueba su grado de asimilación de la asignatura. La resolución de los ejercicios será un medio para desarrollar técnicas matemáticas y los preparará para una mejor comprensión de los temas que siguen.

## XII - Resumen del Programa

Números enteros. Buen Orden. Divisibilidad. Algoritmo de la división en los enteros. Grupos, subgrupos. Teorema de Lagrange. Grupos cíclicos.. Subgrupo normal y Grupo cociente. Teoremas de homomorfismo de grupos. Anillos y Cuerpos. Ideales primos y maximales de un dominio. Teoremas de homomorfismo para anillos. Anillo de polinomios.: Algoritmo de la división Extensiones de cuerpos. Números algebraicos. Números reales construibles. Teoremas de imposibilidad: duplicación de un cubo, trisección de un ángulo y cuadratura del círculo.

## XIII - Imprevistos

#### XIV - Otros

|  |
|--|
|  |
|--|

| <b>ELEVACIÓN y APROBACIÓN DE ESTE PROGRAMA</b> |                             |
|------------------------------------------------|-----------------------------|
|                                                | <b>Profesor Responsable</b> |
| Firma:                                         |                             |
| Aclaración:                                    |                             |
| Fecha:                                         |                             |