



Ministerio de Cultura y Educación  
 Universidad Nacional de San Luis  
 Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y Naturales  
 Departamento: Matemáticas  
 Área: Matemáticas

(Programa del año 2022)

### I - Oferta Académica

Materia	Carrera	Plan	Año	Período
CALCULO AVANZADO II	LIC.EN CS.MAT.	03/14	2022	2° cuatrimestre
CALCULO AVANZADO II	LIC.EN CS.MAT.	09/17	2022	2° cuatrimestre

### II - Equipo Docente

Docente	Función	Cargo	Dedicación
ARRIBILLAGA, ROBERTO PABLO	Prof. Responsable	P.Tit. Exc	40 Hs

### III - Características del Curso

Credito Horario Semanal				
Teórico/Práctico	Teóricas	Prácticas de Aula	Práct. de lab/ camp/ Resid/ PIP, etc.	Total
Hs	4 Hs	4 Hs	Hs	8 Hs

Tipificación	Periodo
C - Teoría con prácticas de aula	2° Cuatrimestre

Duración			
Desde	Hasta	Cantidad de Semanas	Cantidad de Horas
08/08/2022	18/11/2022	15	120

### IV - Fundamentación

Después de los cursos de Cálculo (Diferencial e integral) que los estudiantes de matemática comparten con estudiantes de otras carreras, un grupo de materias intermedias conforma el paso preparatorio para ingresar en el tratamiento riguroso y abstracto de la Matemática. La continuidad del Cálculo se da en dos direcciones: Análisis y Geometría. Los cursos de Fundamentación y de Análisis van en la primera dirección, abriendo el camino hacia Funciones Reales. Cálculo Avanzado prepara para Geometría Diferencial.

### V - Objetivos / Resultados de Aprendizaje

El objetivo del curso es introducir al estudio de las variedades diferenciales desde aquellas sumergidas en el Espacio Euclídeo.

### VI - Contenidos

#### 1.- FUNCIONES EN EL ESPACIO EUCLIDEO

- 1.1. Normas y producto interno. Desigualdades de Cauchy Schwarz y triangular. Normas 1, 2 en  $R^n$ . Transformaciones que conservan norma y producto interno.
- 1.2. Topología en el Espacio Euclídeo. Conjuntos abiertos y cerrados. Interior y frontera. Conjuntos compactos. Teorema de Heine Borel y de Tijonov.
- 1.3. Funciones y continuidad. Límites de funciones vectoriales. Caracterización de la continuidad a través de conjuntos abiertos. Imágenes continuas de compactos. Oscilación en un punto y continuidad.

#### 2.- DIFERENCIACIÓN

- 2.1. Definiciones Básicas. Funciones vectoriales diferenciables. Unicidad de la diferencial.

- 2.2 Teoremas Básicos. Regla de la cadena. Consecuencias.
- 2.3. Derivadas Parciales. Derivación direccional y derivadas parciales. Derivadas de orden superior. Igualdad de derivadas cruzadas. Extremos relativos.
- 2.4. Derivadas. Derivada de una función vectorial (Matriz de la Diferencial). Diferenciabilidad de las funciones continuamente derivables.
- 2.5. Funciones inversas. Los teoremas de la función inversa y de la función implícita.
- 3.- INTEGRACIÓN
- 3.1. Definiciones Básicas. Particiones. Sumas superiores e inferiores. Integrabilidad.
- 3.2. Medida cero y Contenido cero. Conjuntos medibles Jordan
- 3.3 Teorema de Fubini.
- 3.4. Particiones de la Unidad. Particiones subordinadas a un cubrimiento. Integrales “impropias”. 3.5. Cambios de variables.
- 4.- INTEGRACIÓN SOBRE CADENAS
- 4.1. Preliminares algebraicos. Formas multilineales (tensores). Producto tensorial. Dualidad. Bases para el espacio de los  $k$ -tensores. Tensores alternantes. Producto exterior. Una base para el espacio de los tensores alternantes. Determinantes. Orientación. El elemento de volumen determinado por un producto interno y una orientación. Producto vectorial en  $R^n$
- 4.2. Campos y formas. El espacio tangente en un punto del espacio Euclídeo. Campos vectoriales. Formas diferenciales. La aplicación lineal (entre espacios de alternantes) asociada a una función diferenciable. El operador diferencial de formas. Formas exactas. Formas cerradas. Teorema de Poincarè para conjuntos estrellados.
- 4.3. Preliminares geométricos. Cadenas. El operador (borde).
- 4.4. El teorema fundamental del Cálculo. Teorema de Stokes.
- 5.- INTEGRACIÓN SOBRE VARIEDADES
- 5.1. Variedades. Ejemplos. Sistemas de coordenadas. Variedades con borde.
- 5.2. Campos y formas sobre variedades. El espacio tangente a una variedad. Campos vectoriales y  $p$ -formas sobre el espacio tangente. Diferenciación de formas. Orientación.
- 5.3. Teorema de Stokes sobre variedades.
- 5.4. Elemento de volumen en una variedad.
- 5.5. Los teoremas clásicos. Teorema de Green. Teorema de la divergencia. Teorema de Stokes

## VII - Plan de Trabajos Prácticos

Resolución de ejercicios del libro Calculus on Manifolds, de Michael Spivak y otros que se agregarán para complementar y/o facilitar la comprensión y el manejo de los conceptos.

## VIII - Regimen de Aprobación

La asignatura adoptará el régimen de promoción sin examen. Se realizará una evaluación continua del alumno durante el desarrollo del curso. Esa evaluación consistirá en: asistencia a las clases; discusión y resolución en el pizarrón de los ejercicios prácticos correspondientes a cada clase.

Además de la evaluación continua habrá dos parciales que deberán ser aprobados con más de 6 para conseguir la condición de alumno regular y con más de 7 para promocionar. La promoción también exige aprobar un coloquio integrador al finalizar el dictado.

El alumno libre deberá, antes de acceder a un examen oral, aprobar con 70% un examen escrito en el que demuestre habilidades para resolver ejercicios equivalentes a las que se exigieron durante el dictado del curso.

## IX - Bibliografía Básica

- [1] Michael Spivak, Calculus on Manifolds: A Modern Approach to Classical Theorems of Advanced  
 [2] Calculus, 1965

## X - Bibliografía Complementaria

- [1] James R. Munkres. Analysis on Manifolds. Addison – Wesley Publishing Company.  
 [2] Bruno Stonek, Cálculo III, Internet, bruno.stonek.com, Septiembre 2011  
 [3] Wendell H. Fleming, Funciones de Varias Variables, 1981  
 [4] Tom M. Apostol, Análisis Matemático, II ed., 1996

- [5] John W. Woll, Jr., Functions of Several Variables, Edit. Harcourt, Brace and World, 1966  
[6] Walter Rudin, Principios de Análisis Matemático, II ed., 1964  
[7] Dieudonné, Foundations of Modern Analysis, 1960  
[8] Marsden, Jerrold – Hoffman, Michael, Análisis Clásico Elemental. Addison Wesley, 1998

## XI - Resumen de Objetivos

Después de los cursos de Cálculo [Diferencial e integral] que los estudiantes de matemática comparten con estudiantes de otras carreras, un grupo de materias intermedias conforman el paso preparatorio para ingresar en el tratamiento riguroso y abstracto de la Matemática. La continuidad del Cálculo se da en dos direcciones: Análisis y Geometría. Los cursos de Fundamentación y de Análisis van en la primera dirección, abriendo el camino hacia Funciones Reales. Cálculo Avanzado prepara para Geometría Diferencial. El objetivo del curso es introducir al estudio de las variedades diferenciales desde aquellas sumergidas en el Espacio Euclídeo.

## XII - Resumen del Programa

### 1.- FUNCIONES EN EL ESPACIO EUCLIDEO

- 1.1. Normas y producto interno.
- 1.2. Topología en el Espacio Euclídeo..
- 1.3. Funciones y continuidad.

### 2.- DIFERENCIACION

- 2.1. Definiciones Básicas.
- 2.2. Teoremas Básicos.
- 2.3. Derivadas Parciales
- 2.4. Derivadas
- 2.5. Funciones inversas.

### 3.- INTEGRACIÓN

- 3.1. Definiciones Básicas.
- 3.2. Medida cero y Contenido cero.
- 3.3 Teorema de Fubini.
- 3.4. Particiones de la Unidad.
- 3.5. Cambios de variables.

### 4.- INTEGRACIÓN SOBRE CADENAS

- 4.1. Preliminares algebraicos.
- 4.2. Campos y formas.
- 4.3. Preliminares geométricos.
- 4.4. El teorema fundamental del Cálculo.

### 5.- INTEGRACION SOBRE VARIEDADES

- 5.1. Variedades.
- 5.2. Campos y formas sobre variedades
- 5.3. Teorema de Stokes sobre variedades

## XIII - Imprevistos

## XIV - Otros